Thématique de recherche

Yassine Ariba

30 mars 2015

Stability of time-delay systems

Stability of linear time-delay systems has been intensively studied since several years (see [3], [12], [7] and references therein). A such success can be explained by their applied aspect. Indeed, many processes include dead-time phenomena such as biology, chemistry, economics, as well as population dynamics [9] [10] [13]. Processing time and propagation time in actuators and sensors generally induce also such delays, especially if some devices are physically distant. That is the challenge of networked controlled systems [2] [14] as illustrated in Figure 1. Mathematical models of such systems are usually of the form of equation (1) or equation (2). We aim at designing stability conditions for this class of dynamic models.

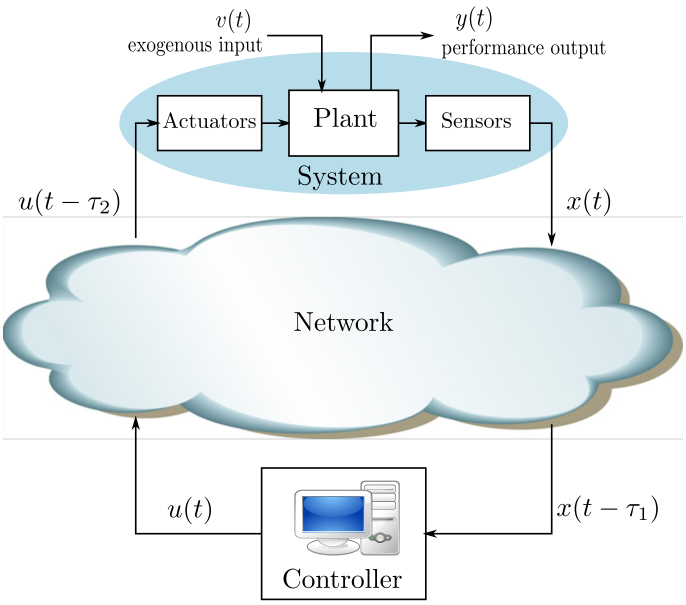

FIGURE 1 – *Networked control system.*

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + A_d x(t-\tau) \\ y(t) &= Cx(t) \end{cases} \tag{1}$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d \int_{-h}^{0} f(\theta)x(t+\theta)\ d\theta \tag{2}$$

In our work, an original approach, based on robust control tools is considered : the quadratic separation method [1] [4] [5] [6]. This latter has been a fruitful framework to address the stability analysis of nonlinear and uncertain systems [8] [11]. We then adapt this framework to the stability analysis of time-delay systems. The key idea lies in rewording the system as a feedback interconnection as shown in Figure 2 and for which a stability criterion is known. In our case, the delay dynamic is embedded into uncertain operators in the feedback loop. The original feature of our contribution is to design a set of additional auxiliary operators that enhance the system modelling and reduce the conservatism of the analysis. Our stability conditions are expressed in terms of linear matrix inequality conditions which can be efficiently solved with available semi-definite programming algorithms.

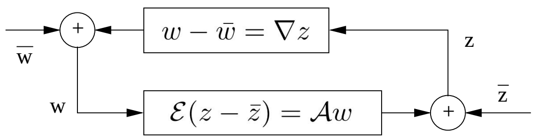

FIGURE 2 – *Uncertain feedback system.*

Stabilité des systèmes à retard

Cette dernière décennie, la stabilité des systèmes à retard a fait l'objet de nombreuses études (voir par exemples [3], [12], [7]). Un tel succès peut s'expliquer par son intérêt pratique. En effet, de nombreux procédés ou principes physiques présentent un phénomène de retard dans leur dynamique ; nous retrouvons ce dernier dans des applications diverses telles que la biologie, les réactions chimiques, l'économie, ainsi que la dynamique des populations [9] [10] [13]. Dans les problèmes d'ingénierie, les temps de calculs et les temps de propagation depuis les capteurs et vers les actionneurs sont aussi autant de retards potentiels introduits dans la boucle de commande. Il s'agit des problématiques de commande à distance, ou *networked control systems* en anglais [2] [14] comme le montre la Figure 1. Les modèles mathématiques linéaires de tels systèmes s'expriment généralement sous la forme de l'équation (1) ou de l'équation (2). Notre objectif est d'établir des conditions de stabilité pour cette classe de modèles dynamiques.

Dans nos travaux, nous proposons une approche originale, basée sur les outils de la commande robuste : la méthode de séparation quadratique [1] [4] [5] [6]. Cette dernière a permis le développement de résultats intéressants pour l'analyse de stabilité de systèmes incertains et non linéaires [8] [11]. Nous adaptons alors cette méthode pour l'analyse des systèmes à retard. L'idée repose sur la reformulation de notre modèle en un système bouclé tel que le montre la Figure

2 et pour lequel un critère de stabilité est connu. Dans notre cas, la dynamique du retard est encapsulée dans des opérateurs incertains sur la boucle de retour. L'originalité de notre contribution consiste à développer de nouveaux opérateurs supplémentaires permettant d'affiner la modélisation du système à retard et de réduire le conservatisme de l'analyse. Nos conditions de stabilité sont alors exprimées en termes d'inégalités matricielles linéaires qui peuvent être résolues efficacement à l'aide de solveurs adaptés.

Références

[1] Y. Ariba, F. Gouaisbaut, and K.H. Johansson. Stability interval for time-varying delay systems. In *IEEE Conference on Decision and Control*, pages 1017 –1022, dec. 2010.

[2] L.G. Bushnell. Networks and control. *IEEE Control Systems Magazine*, 21, February 2001.

[3] E. Fridman. Descriptor discretized Lyapunov functional method : Analysis and design. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 51(5) :890–897, 2006.

[4] F. Gouaisbaut and Y. Ariba. Delay range stability of a class of distributed time delay systems. *Systems & Control Letters*, 60(3) :211 – 217, 2011.

[5] F. Gouaisbaut, Y. Ariba, and A. Seuret. Bessel inequality for robust stability analysis of time-delay system. In *Decision and Control (CDC), 2013 IEEE 52nd Annual Conference on*, pages 928–933, Dec 2013.

[6] F. Gouaisbaut, Y. Ariba, and A. Seuret. Stability of distributed delay systems via a robust approach. In *to appear in ECC*, Jul 2015.

[7] K. Gu, V. L. Kharitonov, and J. Chen. *Stability of Time-Delay Systems.* Birkhäuser Boston, 2003. Control engineering.

[8] T. Iwasaki and S. Hara. Well-posedness of feedback systems : insights into exact robustness analysis and approximate computations. *IEEE Trans. on Automat. Control*, 43(5) :619–630, 1998.

[9] V. B. Kolmanovskii and A. Myshkis. *Introduction to the Theory and Applications of Functional Differential Equations.* Kluwer Academic Publishers, 1999.

[10] S.I. Niculescu. *Delay Effects on Stability. A Robust Control Approach*, volume 269 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences.* Springer-Verlag, Heildelberg, 2001.

[11] D Peaucelle, D Arzelier, D Henrion, and F Gouaisbaut. Quadratic separation for feedback connection of an uncertain matrix and an implicit linear transformation. *Automatica*, 43(5) :795–804, 2007.

[12] J.-P. Richard. Time-delay systems : an overview of some recent advances and open problems. *Automatica*, 39 :1667–1694, October 2003.

[13] R. Sipahi, S. Niculescu, C.T. Abdallah, W. Michiels, and Keqin Gu. Stability and stabilization of systems with time delay. *Control Systems, IEEE*, 31(1) :38 –65, 2011.

[14] S. Tarbouriech, C. T. Abdallah, and J. Chiasson. *Advances in communication Control Networks.* Springer, 2005.